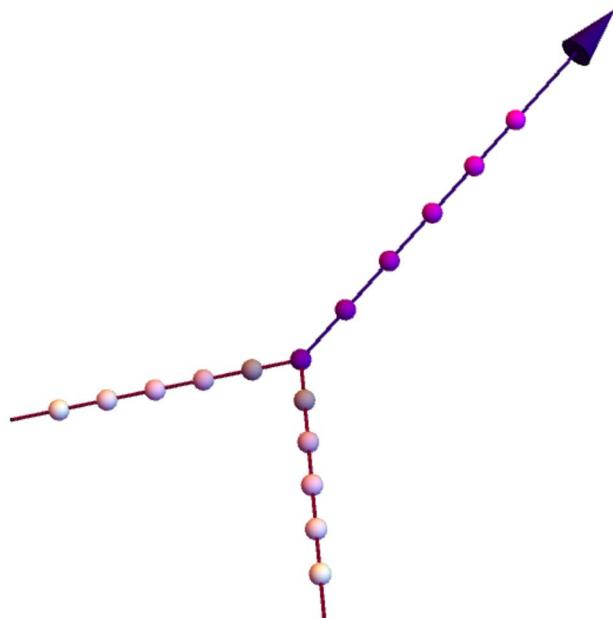


# Auffrischungskurs

I



03/04

## Erhaltungs- Größen Reader

In diesem Reader finden Sie unter anderem Lösungen zu Aufgaben,  
die als Arbeitsblätter in einem separaten Dokument wiedergeben sind:

AK I - 03 - Erhaltungsgroessen - Arbeitsblaetter.pdf

## Was Sie hier wiederholen

In diesem Kurs wiederholen Sie die Lehre der **Erhaltungsgrößen Energie und Impuls**, die am Ende der 11. Jahrgangsstufe an der FOS unterrichtet wurde. Wie der gesamte Stoff aus der 11. Klasse ist dieses Kapitel unbedingte Voraussetzung dafür, dem Physikunterrichtes in der 12. Klasse inhaltlich folgen zu können.

## Wie Sie den Lehrstoff wiederholen

Es gibt zwei Möglichkeiten, den Stoff aus der 11. Klasse **mit Hilfe dieser Arbeitsvorlage** zu wiederholen:

- Es werden zu Beginn der 12. Klasse **Unterrichtsstunden zur Wiederholung** angeboten (Brückenkurse, Ergänzungsstunden, Wiederholung im regulären Unterricht):
- Es werden **keine** Unterrichtsstunden zur Wiederholung angeboten, d.h. Sie müssen den Stoff **selbstständig** wiederholen:

Diese Arbeitsvorlage wird sowohl im Unterricht als auch zuhause zur Vor- und Nachbereitung verwendet. Als Ergänzung hierzu finden Sie weitere Materialien unter [www.jaeger-salz.de/Physik/05-Wiederholung](http://www.jaeger-salz.de/Physik/05-Wiederholung). Wie im regulären Unterricht gibt es im Wiederholungsunterricht **Hausaufgaben**, die von den Schülern anzufertigen sind.

Diese Arbeitsvorlage wird zuhause zum Selbstunterricht verwendet. Als Ergänzung hierzu finden Sie weitere Materialien unter [www.jaeger-salz.de/Physik/05-Wiederholung](http://www.jaeger-salz.de/Physik/05-Wiederholung).

## Was Sie bereits können

<b>1</b>	Lösen linearer und quadratischer Gleichungen	Algebra-Basiswissen
<b>2</b>	Rechnen mit Symbolen	Algebra-Basiswissen
<b>3</b>	Konstruktion von Parallelogrammen	Geometrie-Basiswissen
<b>4</b>	Rechnen mit Vektoren: Addition zweier Vektoren Multiplikation von Vektoren mit Skalaren Lösen einfacher Vektorgleichungen	Geometrie (Vektoren) aus 11T

## Inhalt

<b>1</b>	<b>Wiederholung</b>	Seite	3
<b>1</b>	Bewegungsgleichungen	.....	3
<b>2</b>	Newtonischen Gesetze	.....	3
<b>2</b>	<b>Arbeit und Energie</b>	.....	3
<b>1</b>	Arbeit	.....	3
<b>2</b>	Energie	.....	4
<b>3</b>	Arbeit und Energie	.....	4
<b>3</b>	<b>Kraftstoß und Impuls</b>	.....	5
<b>1</b>	Kraftstoß	.....	5
<b>2</b>	Kraftstoß als Vektor	.....	6
<b>3</b>	Impuls	.....	6
<b>4</b>	Kraftstoß und Impuls	.....	6
<b>4</b>	<b>Erhaltungssätze</b>	.....	7
<b>1</b>	Erhaltung der Energie	.....	7
<b>2</b>	Erhaltung des Impulses	.....	7
<b>5</b>	<b>Offene und geschlossene Systeme</b>	.....	8
<b>6</b>	<b>Leistung</b>	.....	9
<b>7</b>	<b>Anwendungen</b>	.....	10
<b>1</b>	Zentraler elastischer Stoß	.....	10
<b>2</b>	Impulserhaltung in der Ebene	.....	11
<b>3</b>	Rückstoß	.....	12

# 1 Wiederholung

## 1.1 Bewegungsgleichungen

$$v(t) = \dot{x}(t)$$

$$a(t) = \ddot{v}(t) = \ddot{x}(t)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v(t) = x(t) = v_0 + a t$$

$$a(t) = a$$

$$2 a (x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

Denken Sie immer daran, dass es sich bei den Bewegungsgrößen  $\vec{x}(t)$ ,  $\vec{v}(t)$  und  $\vec{a}(t)$  (trotz der skalaren Schreibweise links) um Vektoren handelt

$x_0$ : Ortspunkt zum Zeitpunkt  $t=0$

$v_0$ : Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t=0$

$a$ : Beschleunigung

Ortsgleichung

Geschwindigkeitsgleichung

Beschleunigungsgleichung

FS. S. 17

## 1.2 Newtonsche Gesetze

2. Newtonsches Gesetz  $\vec{F} = m \vec{a}$

$m$ : Körpermasse

$\vec{a}$ : Beschleunigung

$\vec{F}$ : Beschleunigende Kraft

1. Newtonsches Gesetz Keine Kraft  $\rightarrow$  keine Geschwindigkeitsänderung  
= keine Beschleunigung

$$\vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{a} = \vec{0}$$

$\vec{0}$ : Nullvektor

3. Newtonsches Gesetz *actio* gleich *reatio* Kraft gleich Gegenkraft

## 2 Arbeit und Energie

### 2.1 Arbeit

„Arbeit“  $W = F \cdot s$  („Kraft mal Weg“)

$[W] = N \cdot m = J$  (Joule)

Beispiele:

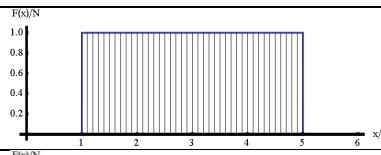
Verschiebung  
gegen die

Graphik

Arbeit

Gleichung

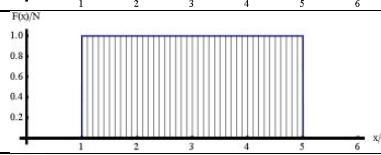
Schwerkraft in  
Erdnähe



Hubarbeit

$$W_{\text{Hub}} = m \cdot g \cdot h \sim h$$

Reibungskraft

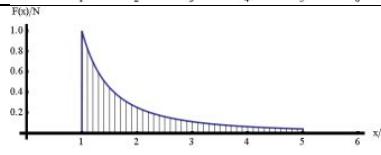


Reibungs-  
arbeit

$$W_{\text{Reib}} = m \cdot g \cdot \mu \cdot s \sim s$$

Schwerkraft in  
Erdferne

Nicht AP-relevant

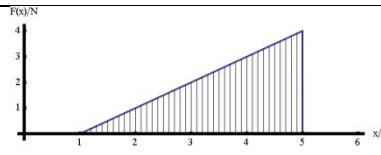


Verschiebe-  
arbeit

$$W_{01} = \int F_{\text{el}} dr \sim \frac{1}{r}$$

Integralrechnung im  
2. Halbjahr der 12.  
Klassen

Federkraft



Spannarbeit

$$W_{\text{Spann}} = \frac{1}{2} D \cdot s^2 \sim s^2$$

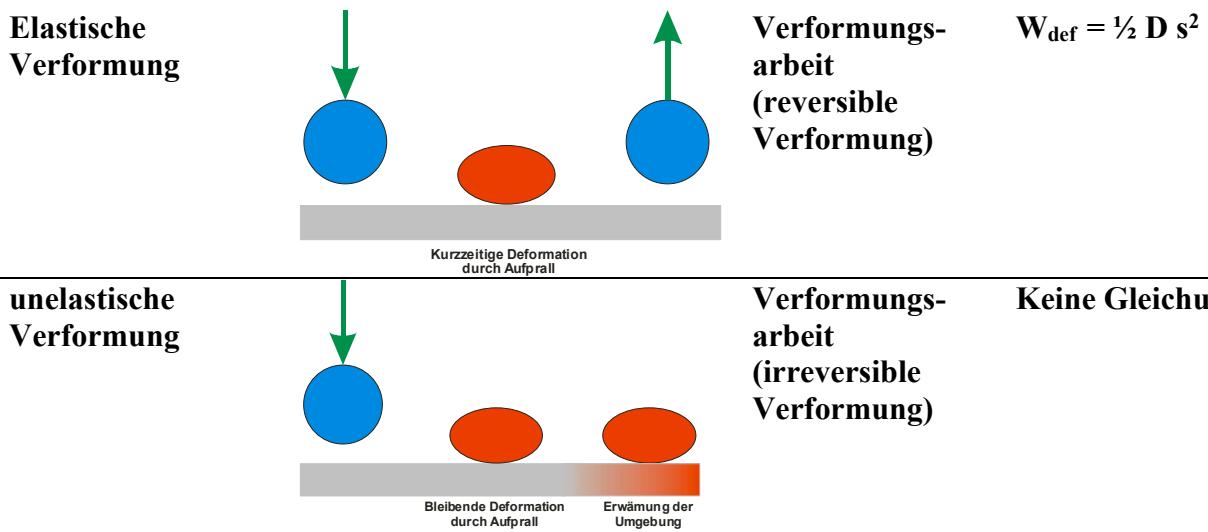
Trägheitskraft

$$\begin{aligned} 2 a s &= v^2 & | \div 2 \\ a s &= \frac{1}{2} v^2 & | \cdot m \\ m a s &= \frac{1}{2} m v^2 \\ F_a s &= \frac{1}{2} m v^2 \end{aligned}$$

Beschleuni-  
gungsarbeit

$$W_a = \frac{1}{2} m v^2$$

...



### „Wer“ verrichtet Arbeit ?

<u>Annahme:</u>	$F = \text{const}$	$W = \vec{F} \circ \vec{s}$	$\circ$ : Skalarprodukt
<u>Fall 1:</u>	$\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{s}$	$W = F \cdot s$	Arbeit wird von <b>außen</b> verrichtet Beispiel: Ein Kinderwagen wird <b>vom Vater gegen die Schwerkraft</b> nach oben geschoben
<u>Fall 2:</u>	$\vec{F} \perp \vec{s}$	$W = 0$	Es wird <b>keine</b> Arbeit verrichtet
<u>Fall 3:</u>	$\vec{F} \downarrow \uparrow \vec{s}$	$W = -F \cdot s$	Arbeit wird <b>vom System</b> verrichtet Beispiel: Ein Kinderwagen wird <b>von der Schwerkraft</b> nach unten gezogen
<u>Fall 4:</u>	$\angle(\vec{F}, \vec{s}) = \alpha$	$W = -F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$	Allgemeiner Fall

## 2.2 Energie

Arbeit kann nur verrichtet werden, wenn Energie als dazu notwendige Voraussetzung vorhanden ist:

**Energie ist die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.**

### Formen mechanischer Energie:

Kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$	Beispiel:	Rollende Kugel
Potentielle Energie	$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$		Masse in Höhe $h$
Spannenergie	$E_{\text{spann}} = \frac{1}{2} D s^2$		gespannte Feder

### Formen nichtmechanischer Energie:

Elektrische Energie	$P = U \cdot I$ und $W = P \cdot t \rightarrow W = U \cdot I \cdot t$	Batterie
Wärme-Energie	$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$	Warmes Wasser

## 2.3 Arbeit und Energie

Energie einer bestimmten Form wird durch Arbeit in eine andere Energieform umgewandelt:

$\dots \rightarrow \text{Arbeit} \rightarrow \text{Energie} \rightarrow \text{Arbeit} \rightarrow \text{Energie} \dots$

(Arbeit-Energie-Kette)

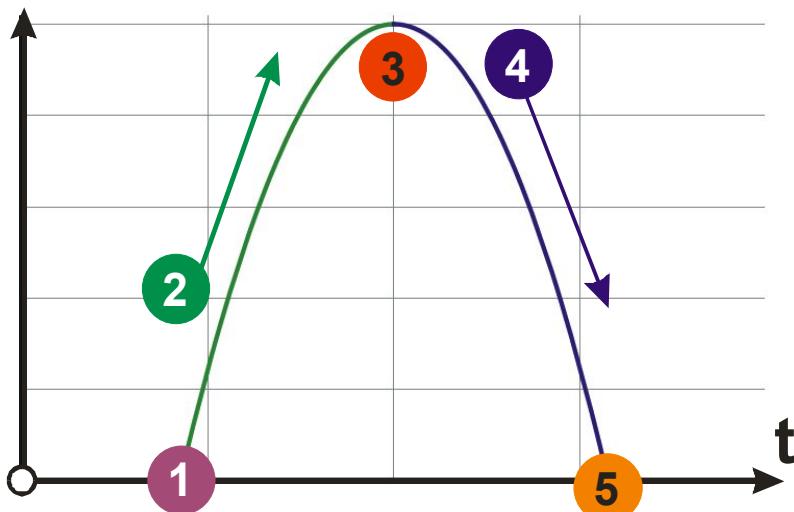
**Energie kann weder entstehen noch vernichtet werden.**

**Arbeit: Prozessgröße**

**Energie: Systemgröße**

Prozessgröße  
↓  
Systemgröße

**Beispiel:** Ein Knetball (deformierbar, unelastisch) wird senkrecht nach oben geworfen:



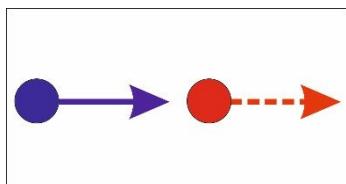
Form der Arbeit	Prozess (Vorgang)	Erzielte Energie
1	$E_{pot} = 0$ <b>Ekin: Maximal</b>	
1	Beschleunigungsarbeit nach oben $v = 0 \rightarrow v = v_0$ ( $v_0$ Abwurfgeschwindigkeit)	Kinetische Energie $E_{kin}$ mechanische Energie
2	Hubarbeit $y = 0 \rightarrow y = h$	Lageenergie $E_{pot}$ (potenzielle Energie) mechanische Energie
3	$E_{pot}: Maximal$ $E_{kin} = 0$	
4	Beschleunigungsarbeit nach unten $v = 0 \rightarrow v = v_0$ $y = h \rightarrow y = 0$	Kinetische Energie $E_{kin}$ mechanische Energie
5	Verformungsarbeit durch Aufprall	Wärmeenergie thermische Energie – nicht mechanisch

### 3 Kraftstoß und Impuls

#### 3.1 Kraftstoß

##### Stoßform

Rollende Stahl-Kugel stößt mittig auf ruhende Stahl-Kugel gleicher Masse.



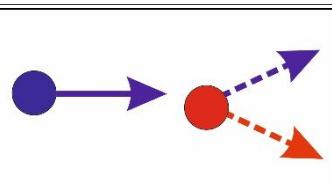
##### Nach Stoß

**Blau** Kugel bleibt stehen.

Zentraler Stoß

**Rot** Kugel rollt in gleiche Richtung wie zuvor blaue Kugel.

Rollende Stahl-Kugel stößt seitlich auf ruhende Stahl-Kugel gleicher Masse.

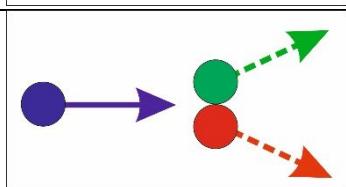


**Blau** Kugel wird nach oben abgelenkt.

Nicht-zentraler Stoß

**Rot** Kugel wird nach unten rechts angestoßen.

Rollende Stahl-Kugel stößt auf zwei ruhende Stahl-Kugeln gleicher Massen.



**Grün** Kugel wird nach oben rechts angestoßen.

**Rot** Kugel wird nach unten rechts angestoßen.

Durchgezogenen Pfeile: Bewegung vor dem Stoß

Gebrochene Pfeile: Bewegung nach dem Stoß

## Kraftstöße:

1  $\Delta k \sim F$

Je größer die Kraft, desto höher die Wirkung (Kraftstoß  $\Delta k$ )

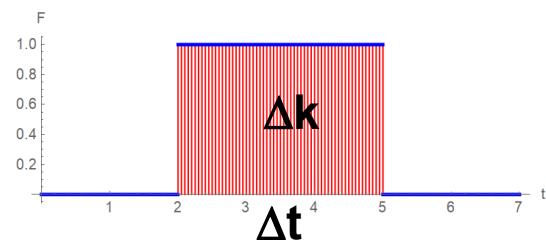
$\Delta k \sim \Delta t$

Je länger die Kraft wirkt, desto höher die Wirkung

$\Delta k = \Delta t \cdot F$

**Wirkung**

**Fläche unter t-F-Kurve = Kraftstoß  $\Delta k$**

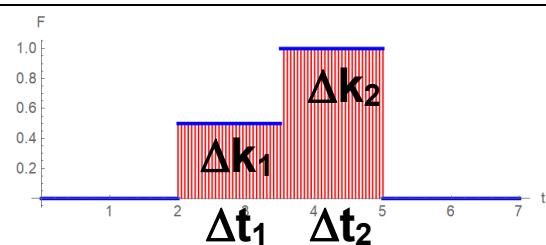


2 Wirkung 1  $\Delta k_1$

Wirkung 2  $\Delta k_2$

Gesamtwirkung

$$\Delta k_{\text{ges}} = \frac{\Delta k_1 \Delta t_1 + \Delta k_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$



## 3.2 Kraftstoß als Vektor

Überlagerung zweier Kraftstöße

$$\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} 2,00 \text{ Ns} \\ -0,50 \text{ Ns} \end{pmatrix}$$

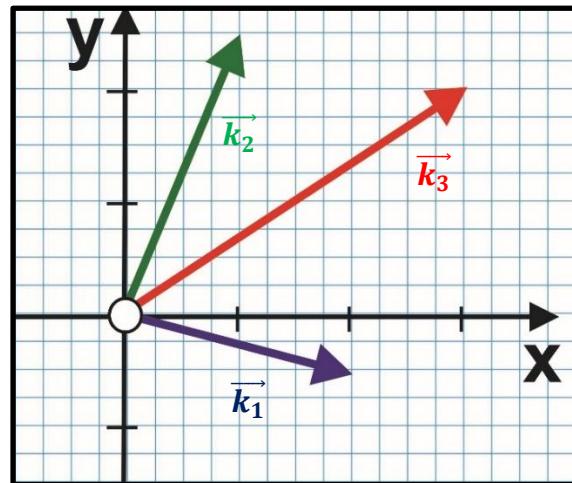
$$\vec{k}_2 = \begin{pmatrix} 1,00 \text{ Ns} \\ 2,50 \text{ Ns} \end{pmatrix}$$

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 =$$

$$\begin{pmatrix} 2,00 \text{ Ns} \\ -0,50 \text{ Ns} \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} 1,00 \text{ Ns} \\ 2,50 \text{ Ns} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3,00 \text{ Ns} \\ 2,00 \text{ Ns} \end{pmatrix} = \vec{k}_3$$



## 3.3 Impuls

2. Newtonsches Gesetz:

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v}$$

**Kraftstoß = Masse · Geschwindigkeitsänderung**

Definiton des Impulses p:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

**Masse · Geschwindigkeit = Impuls**

Änderung des Impulses

$$\vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v} = \Delta \vec{p}$$

**Kraftstoß = Impulsänderung**

## 3.4 Kraftstoß und Impuls

### Unterscheidung Kraftstoß und Impuls:

Kraftstoß

$$\Delta \vec{k} = \vec{F} \Delta t$$

Prozessgröße

Physikalischer Zusammenhang zwischen Kraftstoß und Impuls:

Rechnerischer Zusammenhang zwischen Kraftstoß und Impuls:

Impulsänderung

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$$

Änderung einer Eigenschaft eines Körpers: **Systemgröße**

Kraftstoß

≠

Impulsänderung

↔ Prozessgröße

≠

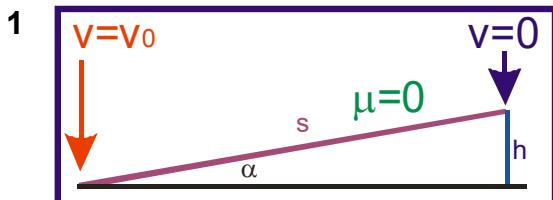
Systemgröße

Prozessgröße  
↓  
Systemgröße

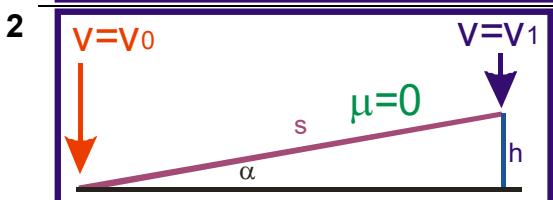
## 4 Erhaltungssätze

### 4.1 Erhaltung der Energie

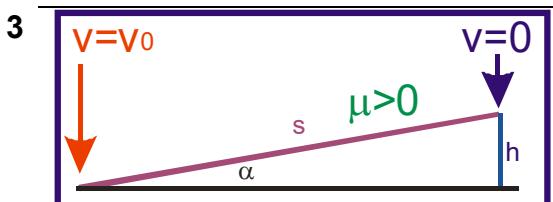
am Beispiel der geneigten Ebene:



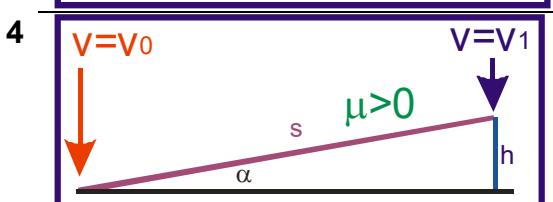
$$E_{\text{vor}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad \frac{m v_0^2}{2} = g h m \rightarrow \\ E_{\text{nach}} = m g h \quad h = \frac{v_0^2}{2g}$$



$$E_{\text{vor}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad \frac{m v_0^2}{2} = g h m + \\ E_{\text{nach}} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \quad \frac{m v_1^2}{2} \rightarrow \\ h = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}$$



$$E_{\text{vor}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad \frac{m v_0^2}{2} = g h m + \\ E_{\text{nach}} = m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot s \cdot \mu \quad g h m m u \cot[\alpha] \rightarrow \\ h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu \cot[\alpha])}$$



$$E_{\text{vor}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad \frac{m v_0^2}{2} = g h m + \\ E_{\text{nach}} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot s \cdot \mu \quad g h m m u \cot[\alpha] \rightarrow \\ h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu \cot[\alpha])}$$

### 4.2 Erhaltung des Impulses

3. Newtonsches Gesetz:  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

actio gleich reactio

Impulserhaltung  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad | \cdot \Delta t$

$$\vec{F}_1 \Delta t = -\vec{F}_2 \Delta t \quad | F \Delta t = \Delta p$$

$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$$

Anwendung:  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 + \dots$

Gesamtimpuls aller Stoßpartner vor dem Stoß

=

Gesamtimpuls aller Stoßpartner nach dem Stoß

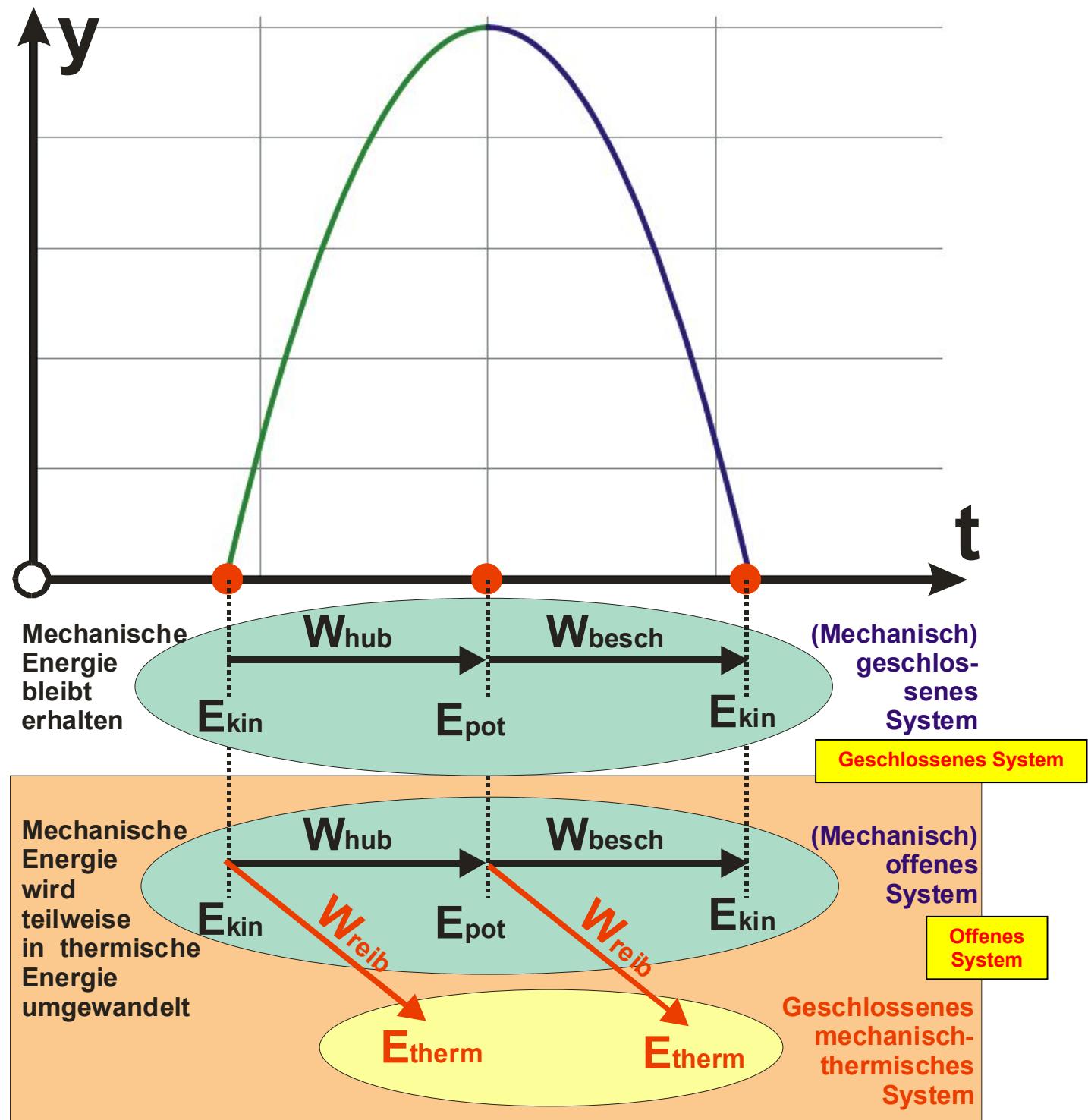
Alternative Schreibweise  $\sum_{i=0}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=0}^n m_i \vec{u}_i$  Bei  $n$  Stoßpartnern.  
 $\Sigma$ : Summenzeichen („Sigma“ = großes griechisches „S“)  
 lies: „Summe über alle  $\vec{p}_i$  von  $i = 0$  bis  $n$  für  $\sum_{i=0}^n \vec{p}_i$ “

Vereinbarung:  $v$  Geschwindigkeiten vor dem Stoß

$u$  Geschwindigkeiten nach dem Stoß  $u$  wie ein umgedrehtes  $n$

Beispiel: Zwei Stoßpartner –  
 Stoß nur in x-Richtung.  
 Unelastischer Stoß ( $u_1 = u_2 = u$ )  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \quad | u$  ist gesucht  
 $u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

In einem geschlossenen System bleibt die Summe aller Energien (Gesamtenergie) erhalten.



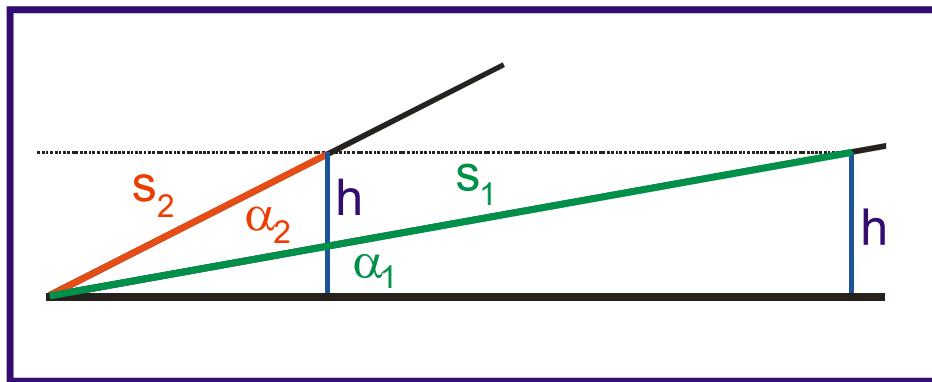
Thermische Energie lässt sich nicht mehr (vollständig) in mechanische Energie umwandeln !

Folgerung:

In offenen Systemen ist die mechanische Energie **keine** Erhaltungsgröße  
(Es geht mechanische Energie „verloren“)

**Aufgabe:**

Ein Auto der Masse  $m = 1000 \text{ kg}$  fährt eine Rampe (schiefe Ebene) hinauf, bis es die Höhe  $h = 10 \text{ m}$  erreicht. Die Geschwindigkeit des Autos beträgt dabei  $9,0 \text{ m/s}$ :



- Die Rampe hat einmal die Steigung  $\alpha_1 = 5,0^\circ$  und ein anderes mal die Steigung  $\alpha_2 = 10^\circ$ . Berechnen Sie, welche Strecken  $s_1$  bzw.  $s_2$  das Auto jeweils zurücklegt, um die Höhe  $h$  zu erreichen.
- Berechnen Sie, welche Zeiten  $t_1$  bzw.  $t_2$  das Auto jeweils braucht, um die Höhe  $h$  zu erreichen.
- Berechnen Sie, welche Höhenenergien  $E_1$  bzw.  $E_2$  das Auto nach Erreichen der Höhe  $h$  besitzt, wenn es die Steigung  $\alpha_1$  bzw.  $\alpha_2$  überwunden hat.
- Geben Sie an, welche Arbeiten  $W_1$  und  $W_2$  vom Auto verrichtet wurden, um die Höhe  $h$  zu erreichen.
- Berechnen Sie, welche **Arbeit** das Auto **pro Sekunde** verrichtet hat, um die Höhe  $h$  zu erreichen.

$\alpha_1 = 5,0^\circ$	$s_1 = 114,74 \text{ m}$	$t_1 = 12,75 \text{ s}$	$W_1 = 98,10 \text{ kJ}$	$E_1 \div t_1 = 7695,0 \text{ J/s}$
$\alpha_2 = 10,0^\circ$	$s_2 = 57,59 \text{ m}$	$t_2 = 6,40 \text{ s}$	$W_2 = 98,10 \text{ kJ}$	$E_2 \div t_2 = 15331,4 \text{ J/s}$

- Interpretieren Sie das Ergebnis.

Innerhalb einer Zeit  $t$  verrichtet das Auto bei der flacheren Steigung weniger Arbeit  $W_1$  als das Auto bei der steileren Steigung (Arbeit  $W_2$ ):

$$\frac{W_1}{t} < \frac{W_2}{t}$$

Verrichtet ein System in der Zeit  $\Delta t$  die Arbeit  $\Delta W$ , wird der Quotient

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

als **Leistung** bezeichnet.

Je höher die Leistung eines Systems ist, desto schneller wird eine vorgegebene Arbeit verrichtet.

Einheit der Leistung:  $[P] = \text{J/s} = \text{W}$  (Watt) (SI-Einheiten)  
 $[P] = \text{PS}$  (Pferdestärke) (früher) 1 PS = 735,5 W

### 7.1 Zentraler elastischer Stoß

Zwei Körper der Massen  $m_1$  und  $m_2$  prallen (voll-)elastisch aufeinander.

**Vor** dem Stoß besitzen beide Körper die Geschwindigkeiten der Beträge  $v_1$  und  $v_2$ .

Wie hoch sind die Geschwindigkeitsbeträge  $u_1$  und  $u_2$  der Körper **nach** dem Stoß?

**Wiederholung:** Elastischer Stoß – Durch den Stoßvorgang geht keine kinetische Energie verloren d.h.

$$E_{\text{kin,vor}} = E_v = E_u = E_{\text{kin,nach}}$$

**Vereinbarung:** **v:** Geschwindigkeit vor dem Stoß  
**u:** Geschwindigkeit nach dem Stoß

Impulse	$p_v = m_1 v_1 + m_2 v_2$ $p_u = m_1 u_1 + m_2 u_2$	$p_v$ : Gesamtimpuls vor dem Stoß $p_u$ : Gesamtimpuls nach dem Stoß
Impulserhaltung	$p_v = p_u \rightarrow$ $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (1)$	<b>Impulserhaltung</b>
Bewegungs-Energien	$E_v = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ $E_u = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$	$E_v$ : Kinetische Energie vor dem Stoß $E_u$ : Kinetische Energie nach dem Stoß
Energie-Erhaltung	$E_v = E_u \rightarrow$ $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \rightarrow$ $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \quad (2)$ (1) $\rightarrow m_1(v_1 - u_1) = m_2(u_2 - v_2) \quad (3)$ (2) $\rightarrow m_1 v_1^2 - m_1 u_1^2 = m_2 u_2^2 - m_2 v_2^2 \rightarrow \quad (4)$	<b>Energieerhaltung</b> $\Delta p_1 = \Delta p_2$
(3. Bin. Formel) (4) $\div$ (3) $\rightarrow$	$m_1(v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \quad (5)$ $\frac{m_1(v_1 - u_1)(v_1 + u_1)}{m_1(v_1 - u_1)} = \frac{m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2)}{m_2(u_2 - v_2)} \rightarrow$ $v_1 + u_1 = u_2 + v_2 \quad (6)$	
(5) $\rightarrow$ (3) $\rightarrow$	$u_1 - u_2 = v_2 - v_1 \quad (7)$ $m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (8)$	<b>Lineares Gleichungssystem</b>
	$\left. \begin{aligned} u_2 &= \frac{2m_1 v_1 - m_1 v_2 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\ u_1 &= \frac{2m_2 v_2 - m_2 v_1 + m_1 v_1}{m_1 + m_2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$	Ergebnisse

## 7.2 Impulserhaltung in der Ebene

### Lernaufgabe mit Lösungen:

- 1 Zwei Autos der Massen  $m_1 = 1,0 \text{ t}$  und  $m_2 = 2,0 \text{ t}$  und den Geschwindigkeitsbeträgen  $v_1 = 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  und  $v_2 = 4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  prallen unter einem Winkel von  $90^\circ$  unelastisch aufeinander und rutschen gemeinsam weiter.

- 1.1 Berechnen Sie den Betrag  $u$  der Geschwindigkeit beider Körper nach dem Stoß.

L geg.:  $m_1 = 1000 \text{ kg}$     $v_1 = 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     $\alpha_1 = 0^\circ$   
 $m_2 = 2000 \text{ kg}$     $v_2 = 4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     $\alpha_2 = 90^\circ$

ges.:  $u$

Ansatz:  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 5,0 & \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ 0 & \end{pmatrix}$  und  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 4,0 & \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{pmatrix}$    (1)

Impulserhaltung:  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u} \rightarrow$

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{1000 \text{ kg} \left( \begin{pmatrix} 5,0 & \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ 0 & \end{pmatrix} + 2000 \text{ kg} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 4,0 & \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{pmatrix} \right) \right)}{3000 \text{ kg}} = \begin{pmatrix} 1,667 \\ 2,667 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow u = 3,14466 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$u = \underline{3,14} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Antwort: Beide Autos bewegen sich nach dem Stoß mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit des Betrages  $3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- 1.2 Berechnen Sie den Winkel, um den Auto 1 durch den Stoß aus der ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt wird.

L ges.:  $\alpha_{\text{res}}$

Ansatz:  $\alpha_{\text{res}} = \text{ArcTan}\left(\frac{u_y}{u_x}\right) = \text{ArcTan}\left(\frac{2,667 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,667 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = 57,9946^\circ = \underline{58^\circ}$

Antwort: Auto 1 wird durch den Stoß um  $58^\circ$  aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt.

- 1.3 Bestätigen Sie Ihre Ergebnisse durch Konstruktion.

L Konstruktion siehe Abbildung rechts.

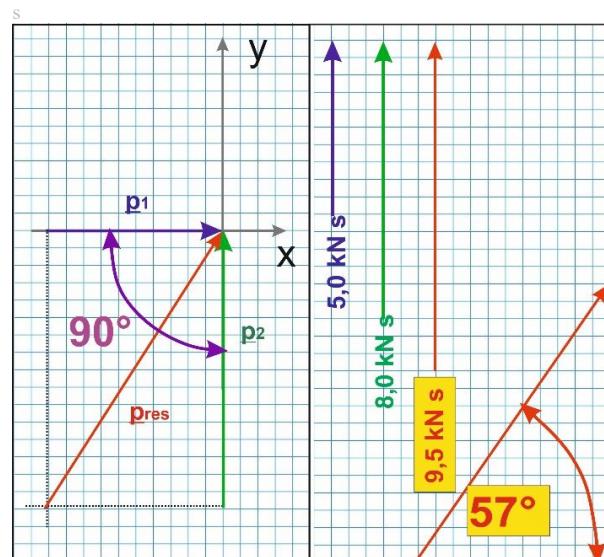
Messung der Längen ergibt:

$$p_{\text{res}} = k9,5 \text{ Ns} \rightarrow u = \frac{p_{\text{res}}}{m_1 + m_2} = \frac{9,5 \text{ kN s}}{3000 \text{ kg}} = 3,16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{Passt})$$

Messung des Winkels ergibt:

$$\alpha_{\text{res}} = 57^\circ \approx 58^\circ \quad (\text{Passt})$$

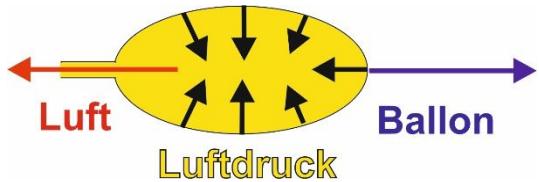
Antwort: Die berechneten Ergebnisse werden im Rahmen der zeichnerischen Genauigkeit durch die Konstruktion bestätigt.



SSS

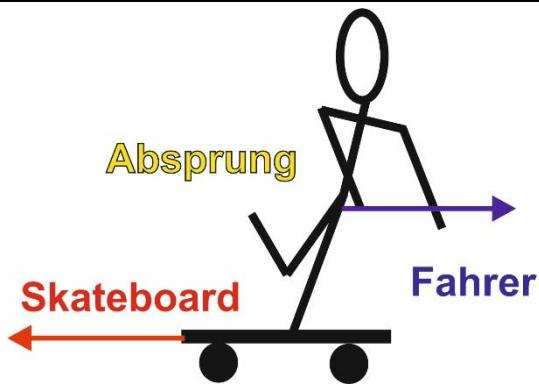
### 7.3 Rückstoß

**Luftballon**  
wird aufgeblasen  
und losgelassen

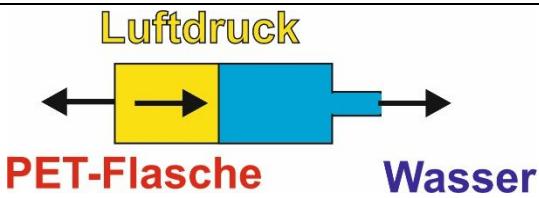


Der **Luftballon** zieht sich zusammen,  
die **Luft** wird aus der Öffnung gepresst  
und treibt den **Ballon** an.

**Skateboard-**  
Fahrer springt  
nach vorne von  
Skateboard ab



**PET-Flasche**  
wird halb mit  
Wasser gefüllt  
und anschließend  
mit Luftpumpe  
aufgepumpt



Vor dem Starten:  $p_{v1} = p_{v2} = 0$

$$p_{v1} + p_{v2} = 0 \\ \downarrow \text{Impulserhaltung}$$

Nach dem Starten:  $p_{n1} < 0$  und  $p_{n2} > 0$

$$p_{n1} + p_{n2} = 0 \rightarrow p_{n1} = -p_{n2}$$

## 8.1 Text-Vorlage

Lesen Sie den folgenden Text genau durch (Textanalyse):

### Kuhn liefert Elektro-Muldenkipper aus

KIEL, 23.07.2018 – Für ein Schweizer Zementwerk hat die Kuhn Schweiz AG das weltgrößte Elektrofahrzeug entwickelt. Der Elektro-Muldenkipper mit einem Gewicht von vollbeladenen **110 Tonnen** ist seit Jahresbeginn im Steinbruch einer Zementfabrik im Kanton Bern in der Schweiz im Einsatz.



*Das größte batteriegetriebene Fahrzeug der Welt mit der größten mobilen Batterie der Welt: Seit Jahresbeginn ist der umgerüstete Elektro-Großdumper im Steinbruch der Schweizer Zementfabrik Vigier im Einsatz. | Fotos: Kuhn Schweiz*

Für seine jährliche Zementproduktion in der Größenordnung von 800.000 Tonnen benötigt das Zementwerk der Ciments Vigier SA im Schweizer Kanton Bern rund **500.000 Tonnen** Rohstoffe in Form von Kalk- und Mergelgestein. Dessen Transport übernahm bislang ein Komatsu-Muldenkipper mit Dieselmotor im täglichen Acht-Stunden-Dauerbetrieb. Um den enormen Kraftstoffverbrauch und damit den CO2-Ausstoß zu reduzieren und die Lärmemissionen zu verringern, suchte das Zementwerk für sein Abaugebiet in Péry nach Alternativen.

Gemeinsam mit dem Batteriespezialisten Lithium Storage GmbH aus Illnau im Kanton Zürich entwickelte der Komatsu-Händler Kuhn Schweiz AG einen elektrisch betriebenen **Großdumper**. In monatelanger, anspruchsvoller Umbauarbeit wurde das Gerät in seine Einzelteile zerlegt, revidiert und auf den Elektroantrieb umgerüstet; als Herzstück wurde ein **800 PS** starker Elektromotor eingebaut. Zudem erhielt der Muldenkipper eine eigens konstruierte Stahl-Gummi-Kippmulde, die das problemlose Abladen des Gesteins auch im Winter ohne Abgas-Muldenheizung ermöglicht.

#### Etruck

<https://www.bi-medien.de/artikel-27961-bm-kuhn-schweiz-elektro-muldenkipper.bi>

Der sogenannte „E-Dumper“ ist nach Angaben von Kuhn das größte und stärkste batteriebetriebene Elektro-Radfahrzeug überhaupt. In diesem Frühjahr verließ die Maschine nach zwei Jahren Entwicklungs- und Umrüstungszeit die Werkshallen der Baumaschinen Kuhn Schweiz AG. Für Produktion, Vertrieb und Vermarktung von batteriegetriebenen Elektro-Baumaschinen haben die Kuhn Schweiz AG und die Lithium Storage GmbH das gemeinsame Unternehmen Eming AG gegründet.



*Eine weitere Besonderheit des „E-Dumpers“ ist die neukonstruierte Stahl-/Gummi-Kippmulde, die ein problemloses Abladen ohne frostbedingte Anbackungen auch im Winter ermöglicht.*

#### Fahrender Generator

## Werbung

Der auf Elektroantrieb umgerüstete Muldenkipper des Typs Komatsu HD 605-7 ersetzt

nun im Steinbruch seinen baugleichen, aber dieselbetriebenen Vorgänger. Während er voll beladen Steigungen von bis zu 15 Prozent meistert, lädt sich auf der Talfahrt der Batterieblock – mit fünf Tonnen Gewicht und **700 kWh Energiegehalt** der größte je in ein Fahrzeug eingegebaut – wieder auf. Das heißt, der Muldenkipper produziert dadurch unter dem Strich sogar Energie.

Kuhn schätzt den so erwirtschafteten Überschuss bei den 20 Fahrten auf **200 kWh Strom täglich** und bis zu **77 MWh pro Jahr**. Dieser kann vom Betreiber ins öffentliche Stromnetz eingespeist werden und führt so zu einem Nettogewinn. Dazu tragen auch die geringeren Wartungskosten für Elektromotoren und Batterien bei. In den nächsten zehn Jahren soll der Elektro-Muldenkipper jährlich über 300.000 Tonnen Gestein transportieren und damit 1.300 Tonnen CO2 und eine Million Liter Diesel einsparen.

## 8.2 Aufgabe

Erstellen Sie die Energie-Arbeits-Bilanz (als Fluss-Diagramm) eines E-Muldenkippers, der von der Bergstation aus mit Steinen beladen talwärts fährt, dort entladen wird, zur Bergstation zurückkehrt und dabei über die Ladung der Akkumulatoren (Akkus) chemische Energie erzeugt (ein Fahr-Zyklus):

